

Ulrich KORTENKAMP, Halle, Anselm LAMBERT, Saarbrücken

So rechnet Deutschland - Ergebnisse und Hypothesen einer Umfrage („Bürgerkompetenz Rechnen“ bzw. „ZEIT-Mathetest“)

1. Deutschlandrepräsentative Umfrage zu Rechenfähigkeiten im Alltag

Im April 2013 haben wir 1027 von forsa repräsentativ ausgewählten Befragten im Alter von 18-65 Jahren über forsa.omninet mathematische Fragestellungen aus dem Alltag vorgelegt: Rechenaufgaben, Sachaufgaben (z.B. Kühlschrankkosten, Renovierung Kellerraum, Fahrtzeit), Informationsentnahme aus Texten und Grafiken, Prozentrechnung (insb. Grundvorstellungen), Bruchrechnung und Stochastik und etwas Geometrie. Die elektronisch über Internet oder Set-Top-Box Teilnehmenden sind an Umfragen gewöhnt. Taschenrechner waren ausdrücklich erlaubt. Die Studie wurde in Kooperation mit der Stiftung Rechnen und dem Medienpartner DIE ZEIT geplant und durchgeführt. Die Aufgaben wurden bis auf wenige Anregungen (Prüfungen HSA (Hessen bzw. Saarland), VERA-8, Einstellungstest einer Tischlerei bzw. einer HWK) von uns speziell für den Test entwickelt. Die Auswahl ist mathematikdidaktisch motiviert. Die Anforderungen liegen weit unter denen des Hauptschulabschlusses und die Antwort erfolgte über multiple choice oder Angabe einer Zahl bzw. Größe. Alle Aufgaben finden sich auf der Internetseite <http://www.zeit.de/wissen/2013-05/zeit-mathetest-aufgaben> im Original, ausgewählte erste Ergebnisse in der „Studie Bürgerkompetenz Rechnen“ unter <http://stiftungrechnen.de>.

2. Erste Ergebnisse der Umfrage – ein kleiner Überblick

Rechenaufgaben und Sachaufgaben Schon bei einfachen Rechen- bzw. Sachaufgaben zeigen sich schnell Unterschiede zwischen den Antwortfolgen von Bürgern die mindestens Fachhochschulreife (im Folgenden kurz: *Abitur*) haben und denjenigen welche höchstens einen Hauptschulabschluss (im Folgenden kurz: *Hauptschulabschluss*) vorweisen können. Liegen diese Gruppen bei der Berechnung von Restgeld an der Kasse noch fast gleichauf (94% bzw. 88% erfolgreich), so divergieren sie schon deutlicher bei der Berechnung der Dauer einer Zugfahrt, die um 8:58 Uhr beginnt und um 15:28 Uhr endet (85% bzw. 71%).

Bei geometrischen Sachaufgaben bereiteten vor allem die Umrechnung von Einheiten Schwierigkeiten – z. B. beim Flächeninhalt einer Spanplatte oder dem Volumen eines Aquariums.

Insgesamt ist zu beobachten, dass die Teilnehmenden mit *Hauptschulabschluss* mit wachsendem Aufgabentextumfang wachsende Probleme mit

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 651–654).
Münster: WTM-Verlag

einer Antwort bekommen. „Für ein Nusseckenrezept benötigt man 400 g Nüsse. Das Rezept ist für 32 Nussecken gedacht. Wie viele solcher Nussecken kann man backen, wenn man nur 300 g Nüsse hat?“ und „400 g Rinderfilet (Bio) kosten 32 €. Wie viel kosten 300 g?“ sind zwei unterschiedliche Einkleidungen zu einem identischen mathematischen Modell, aber die Lösungshäufigkeiten fallen drastisch auseinander: Die zweite Aufgabe lösten noch 80% der Befragten mit *Hauptschulabschluss*, die erste nur 70%.

Dass eine Diskussion über ein Tempolimit in Deutschland kaum rational zu führen ist, demonstriert leicht die folgende Aufgabe: „Wie viel Zeit dauert es länger, wenn man 240 km statt mit 120 km/h nur mit 100 km/h fährt?“. Diese konnten nur 28% aller Befragten korrekt beantworten und selbst bei vorhandenem *Abitur* sind es nur 42%.

Nur etwa zwei Drittel aller Befragten konnten auf Basis authentischer Prozentangaben berechnen, wie viel Gramm Nüsse (4% von 500 g) in einem Müsli enthalten sind. Dies zeigt, dass wir unbedingt klarere Darstellungen von relevanten Informationen im Nahrungsmittelbereich brauchen, etwa in Form einer Lebensmittelampel. Diese sollte aber grafisch schlicht sein.

Informationsentnahme aus Texten bzw. Grafiken Schon Textlesen ist nicht so einfach: Jeder zehnte Befragte war nicht in der Lage einem mehrzeiligen Text die Information zu entnehmen, dass der *Hammering Man* vor der Frankfurter Messe 32 t schwer ist – eine Aufgabe aus dem HSA Hessen – obwohl dies explizit darin steht. Aber Grafiken lesen ist noch sehr viel schwieriger: Nur 31% aller Befragten waren in der Lage aus einem zeichnungsüblichen Funktionsgraphen das Jahr zu entnehmen, in dem der Goldpreis 750 €/je Feinunze betrug. Die komplexere Frage nach der Zeit des Verdreifachen des Goldwertes vom Wert 500 €/je Feinunze aus, konnten dagegen 41% richtig beantworten – wir vermuten, dass dies an der notwendig intensiveren Beschäftigung mit der Grafik liegt. Selbst Befragte mit *Abitur* waren nur zu 43% bzw. 53% erfolgreich. Dies legt die Frage nahe, ob es überhaupt Infografiken gibt, die diesen Namen verdienen; zumindest ist es jedoch nicht einfach, solche zu erstellen. Aus einem Säulendiagramm sollte eine Strompreissteigerung über 10 Jahre entnommen werden. Dies gelang 47% aller Befragten insgesamt, 54% derer mit *Abitur* und 41% derer mit *Hauptschulabschluss*. Auch ein West-Ost-Unterschied ist hier, wie oft bei Aufgaben, bei denen es um Geld geht, mit 49% vs. 39% leicht sichtbar. Bei der Frage danach, wann sich ein teurerer aber sparsamerer Kühlschrank amortisiert haben wird – eine recht textreiche Aufgabe aus dem HSA Saarland – fällt er mit 45% vs. 32% noch deutlicher aus. Die letzte Mathematiknote ist ein guter Prädiktor, für die Fähigkeit mathematische Probleme im Alltag zu lösen. Insgesamt haben 43% aller Befragten

die Kühlschrankaufgabe lösen können; nach Noten gestaffelt sieht es so aus: „sehr gut“ 59%, „gut“ 52%, „befriedigend“ 42% und höchstens „ausreichend“ 28%. Um es möglichst vielen Bürgern zu ermöglichen, hier zu vernünftigen Entscheidungen zu kommen, sind neben der schlichten Angabe des Stromverbrauchs zusätzliche Beispielrechnungen empfehlenswert.

Prozentrechnung Dass eine Aktie, die zunächst um 10% im Wert steigt und dann um 10 % fällt, schließlich weniger wert ist als zu Beginn, konnten zwei Drittel aller Befragten richtig beantworten (*Abitur* 78%, *Hauptschulabschluss* 55%; West 68%, Ost 52%). Nur etwa die Hälfte aller Befragten war sich klar darüber, dass bei doppelten Zinsen der Ertrag nach 10 Jahren mehr als doppelt so hoch ist.

Bruchrechnung und Stochastik Die Frage was ein halb plus ein Viertel ist – gefragt wurde in der schulüblichen Bruchschreibweise – konnten 70% aller Befragten beantworten (*Abitur* 88%, *Hauptschulabschluss* 59%; letzte Mathematiknote „sehr gut“ 91%, höchstens „ausreichend“ 53%; bei den Altersgruppen schnitt die mittlere „30- bis 49-jährige“ mit 64% am schlechtesten ab). Wird die Bruchrechnung konkret, kann es besser werden: „Zur Herstellung einer Apfelsaftschorle mischt man vier Fünftel Liter Apfelsaft mit einem halben Liter Mineralwasser. Passt die Apfelsaftschorle dann in eine Flasche mit einem Fassungsvermögen von maximal 1,5 Liter?“ (VERA-8). Hier schrumpfen die Erfolgsdifferenzen (88% vs. 78%; 85% vs. 73%) und das Alter spielt gar keine Rolle mehr. Ist der Kontext aber stochastischer Natur (Zugwahrscheinlichkeit bei einer Bonbontüte bestimmen), bleibt es schwer – und dort sind die Älteren am schwächsten.

Geometrie Die Anzahl der für das Streichen eines Kellerraumes notwendigen Farbeimer konnten nur gut die Hälfte aller Befragten richtig beantworten unabhängig vom Alter, stark abhängig von der letzten Mathematiknote und vom Geschlecht. Dass sich ein Würfelvolumen verachtfacht, wenn die Kantenlänge verdoppelt wird, wusste nur ein Drittel aller Befragten.

3. Erste Details – ein kleiner Anfang

Die folgenden Detailanalysen basieren auf einer Auswertung der Rohdaten. Die Autoren sind gerne bereit, auf Wunsch weitere Hypothesen zu überprüfen. Hierbei ist zu beachten, dass die Repräsentativität der Umfrage bei zu speziellen Fragestellungen natürlich verloren geht.

West vs. Ost Bei fast allen Aufgaben ist der Anteil richtiger Antworten für Ostdeutschland kleiner. In wenigen Fällen ist er größer – bei Maßeinheiten, geometrischen Fragestellungen und Wahrscheinlichkeiten. Hierfür können teilweise inhaltliche Begründungen gefunden werden, z. B. spielt Stochastik in der Lehrerbildung im Osten traditionell eine größere Rolle. Ein

Braindrain ist sichtbar. Wer in Mathematik in der Schule gut war hat Arbeit – im Westen. Über die gesamte Stichprobe gilt, dass zwei Drittel aller, die eine „sehr gut“ als letzte Mathematiknote hatten, voll erwerbstätig sind, aber weniger als die Hälfte derer mit höchstens „ausreichend“.

Männer vs. Frauen Um eine Antwort im Vergleich von Männern und Frauen zu geben, ist es sinnvoll zumindest deren Bildungshintergrund mit zu betrachten; dazu unterscheiden wir „hohes Bildungsniveau“ (mindestens Fachhochschulreife) und „niedrigeres Bildungsniveau“.

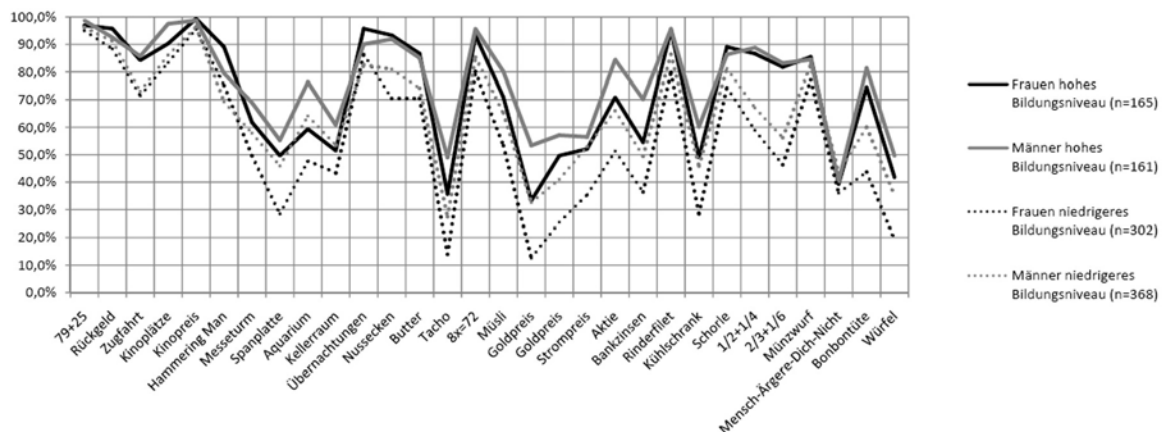


Abbildung: Vergleich Männer und Frauen nach Bildungsniveaus geordnet nach Testaufgaben

Diese doppelte Unterscheidung lässt einige interessante Beobachtungen zu. Einerseits gibt es Aufgaben, bei denen der Lösungserfolg eher vom Bildungshintergrund abhängt (z. B. Dauer einer Zugfahrt, $8x = 72$, formale Bruchrechnung, Bonbontüte), andererseits gibt es aber auch Aufgaben, bei denen das Geschlecht eine größere Rolle spielt (z. B. Spanplatte, Kellerraum, Tacho, Goldpreis und nicht zuletzt Aquarium, bei dem Raumgeometrie und Maßeinheiten zusammen kommen – dort liegen die Männer mit niedrigerem Bildungsniveau sogar knapp vor den Frauen mit hohem Bildungsniveau).

Jung vs. Alt Eine deutliche Abhängigkeit vom Alter findet sich u.a. in den Aufgaben Zugfahrt, Aquarium, Tacho, Gold- bzw. Strompreis und zur formalen Bruchrechnung. In der Regel sind ist dort die Leistung von jung nach alt nach Alter gestaffelt – die Ausnahme bildet die Bruchrechnung (s.o.).

Geschwister Befragte mit Geschwistern schnitten in der Bruchrechnung besser ab, als jene ohne – teilen will gelernt sein!

Fernsehpräferenz Auch ob man als letzten Sender auf Erden einen öffentlich-rechtlichen oder einen privaten Sender bevorzugen würde, steht in einem statistischen Zusammenhang zum Erfolg (z. B. bei Zeitberechnung, Grafiken lesen, Bruchrechnung) – nicht nur dazu an anderer Stelle mehr.